

## Άσκηση (κύκλος)

Ένας κύκλος (c) εφάπτεται στην ευθεία:

$$(ε): x+y-3=0$$

στο σημείο A(1,2) και διέρχεται από το σημείο B(-1,0). Να βρεθεί

i) την εξίσωση του κύκλου (c)

ii) την εξίσωση εφαπτομένης του κύκλου στο B(-1,0)

iii) τα σημεία κοπής Γ και Δ του κύκλου με τον γ'γ.

iv) το εμβαδόν του τριγώνου ΒΓΔ

### ΛΥΣΗ

i) Έστω  $x^2+y^2+Ax+By+\Gamma=0$  η εξίσωση του κύκλου.

A(1,2) και B(-1,0) εν (c)

$$\text{Επομένως, } 1+4+A \cdot 1+B \cdot 2+\Gamma=0 \Rightarrow A+2B+\Gamma+5=0 \quad (1)$$

$$\text{και } 1+A(-1)+\Gamma=0 \Rightarrow \Gamma-A+1=0 \quad (2)$$

Ο κύκλος (c) εφάπτεται στην (ε).

$$\text{Άρα, ισχύει: } KA \perp (ε) \Rightarrow \lambda_{KA} \cdot \lambda_{ε} = -1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2+B/2}{1+A/2} (-1) = -1 \Rightarrow B=A-2 \quad (3)$$

$$\text{Από τις } (1), (2), (3) \Rightarrow A=0, B=-2, \Gamma=-1$$

$$\text{Άρα, (c): } x^2+y^2-2y-1=0 \Rightarrow x^2+(y-1)^2=1$$

ii) Αναζητούμε την (ε') όπως στο σχήμα.

Άρα, ισχύει:  $\vec{KB} \perp \vec{BM}$ , M(x,y) τυχόν σημείο εν (ε')

$$\vec{KB} \cdot \vec{BM} = 0 \Rightarrow (-1-0, 0-1) \cdot (x+1, y) = 0 \Rightarrow y = -x-1$$

$$\text{iii) } \begin{cases} x=0 \\ x^2+y^2-2y-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y^2-2y-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{iv) } |\vec{BG} \times \vec{BD}| = \frac{1}{2} |\det(\vec{BG}, \vec{BD})| = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1-\sqrt{2} \\ 1 & 1+\sqrt{2} \end{vmatrix} = \sqrt{2} \text{ τ.μ.}$$